# 経年劣化に伴う金属物体上の塗膜の亀裂・湾曲表現 ― 静力学的破壊判定と位置ベース変形による 準静的過程のビジュアルシミュレーション―

Anonymous Authors



図1 本手法を用いて機械部品のモデルにウェザリングを施した結果。左から順に劣化が進行していく。左端と右端は各々初期状態と最終状態のメッシュを表示している。本手法は、予め均質かつランダムな三角ポリゴンメッシュへとリメッシュされたモデルを対象とし、シミュレーション中にメッシュを再分割することなく自然な形状の亀裂が生成できる

## 概要

風雨などの作用による経年劣化を表現する技法であるウェザリングは、写実的なCGの描画に欠かせないものであり、数多くの手法が提案されている。特に日常生活に偏在する金属は代表的な研究対象であるが、現実的なシーンを想定するならば金属に塗布された防腐剤の経年劣化も表現すべきである。そこで本研究では、金属物体上の塗膜を対象としたウェザリングを提案する。提案手法では塗膜をポリゴンメッシュで表現し、塗膜内部における力の釣合いに基づいて破壊判定を行う静力学シミュレーションと、幾何学的な制約に従って頂点を移動させる位置ベースの湾曲シミュレーションを組み合わせることで塗膜を変形させる。本手法により、マテリアルの操作だけでは表現が難しい立体的な変形を伴う塗膜の経年劣化が再現できる。

# 1 背景と目的

現実世界において経年劣化は普遍的な現象であり、それに伴ってほとんどの物体は外観も変化していく。さらに、物体を見る人にとって、経年劣化に伴う外観の変化は、長期的な時間経過を印象付けるものであり、たとえ初めて見る対象であっても、その劣化の度合いは物体の"年齢"として認識される重大な要素である。一方で、CGで描画される仮想世界には、一般に経年劣化の影響を受けないという現実世界との本質的な差異がある。そのため、CGのオブジ

ェクトに"年齢"を付与し、現実世界との乖離を緩和させるためには、作品に対して積極的に劣化を施す技法である、ウェザリングを施す必要がある.

特に金属の腐食は現実世界において最も身近な経年劣化の代表例であり、CGにおけるウェザリング手法も特に多く提案されている。ところが、劣化しやすい金属には防腐剤が塗布されることがほとんどであり、金属のウェザリングのみを使用して効果的に経年劣化を表現できるシーンは限定されてしまう。また、既存のウェザリング手法の多くは物体の質感の変化を重視しており、変形を扱っているものは少ない。テクスチャ空間上の亀裂生成の結果をもとに、変位マップやポリゴンメッシュの操作によって岩のひび割れや塗膜の剥離を表現する手法は存在しているが、変形は表面的なものにとどまっている。

本研究は、石飛らによる塗膜を対象としたウェザリング手法[1]を発展させ、亀裂の生成と塗膜の湾曲を伴う経年劣化を表現することを目的とする.図1に示すように、本手法によって、塗膜における立体的な変形のシミュレーションが可能であり、手動ではモデリングが難しい複雑なモデルが生成できる.

## 2 関連研究

経年劣化をCGで表現するウェザリングの研究について紹介する. 続いて, 固体の変形をシミュレーションするための手法についても言及する.

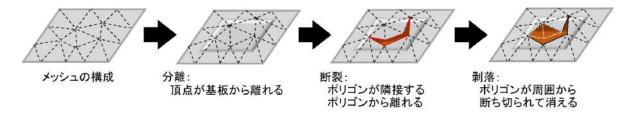


図2 本手法における剥離の進行.次の段階に進むか否かは静力学的な破壊条件によって判定される

#### 2.1 ウェザリング

劣化現象は現実の物体に普遍的に起こるものであり, Mérillouらによる調査[2]で示されているように、その外観 の変化をCGで表現する試みは多く存在する. 緑青のモデリ ング・レンダリング[3]は、最も初期からCGにおけるウェ ザリングの必要性を提唱した研究であり, 緑青が段階的に 生成していく様子を再現している. 以降も金属を対象とし たウェザリング手法は多く提案されており、金属の孔食[4]、 海中における錆の生成[5]などが知られている.一方で塗膜 を対象としたものはわずかである. Paquetteらの手法[6]や, Gobronらの手法[7]は、亀裂の生成手法としての側面が大き く, 生成された亀裂の周辺を湾曲させることで剥離の表現 を試みている. しかし、亀裂生成はテクスチャ、剥離はポ リゴンメッシュを対象としたシミュレーションであり、二 つの処理間の連携がとりにくくなっている. その結果とし て、塗膜の湾曲は亀裂の近傍のみで生じる表面的なものに とどまっている. 石飛らの手法[1]では, 亀裂と剥離の両方 を三次元のポリゴンメッシュ上でシミュレーションしてい るが, 亀裂の生成や面外方向への変形は剥離箇所に隣接す るわずかなものであり、複雑に枝分かれするような亀裂や 反返っていくような, 現実世界でよく見かける剥離現象は 再現できない.

#### 2.2 変形シミュレーション

固体の変形を対象とする代表的なシミュレーション手法 として有限要素法 (FEM: Finite Element Method) [8]が 挙げられる. 物理シミュレーション分野における構造解析 を目的としたFEMでは、物体を構成する各要素について、 要素の表面または内部に配置される節点における変位を解 とする方程式を立て, 境界条件を考慮したうえで物体内の 全要素で方程式が満たされるように、全節点の変位を解と する多元方程式を解く. CG分野にもFEMを利用した手法 は数多く存在するが、早くからCG分野に導入した例とし て、O'Brienらによる脆性破壊のシミュレーション[9]が挙 げられる. ただし、この研究をはじめとしてCG分野におけ るFEMは、要素に関する方程式を立てる際に内部の連続的 な応力を節点における局所的な力に集約できるという側面 が重視され、物体全体に関する方程式は解かない場合も多 い. これは、要素をばね質点モデルにおけるばねの代用と してシミュレーションすることに相当する.

FEMを含む連続体力学ベースの手法は、支配方程式に従う比較的厳密な結果を得られるものの、現象を記述した支配方程式を用意する必要があるため、複雑な現象を扱うケースには向かない、その一方で、CG分野で広く用いられている手法である、位置ベース動力学(PBD: Position Based Dynamics)[10]は、自然法則ではなく幾何的な制約条件に基づいて変形や運動をシミュレーションする。PBDであれば、現象の結果として望まれる形状を直接条件として与えられるため、複雑な力学現象も再現しやすい。一方で、物理的に正しくない挙動を示す可能性があるという問題点もある。力学的エネルギーをもとに制約条件を設定することで、PBDに物理的厳密性を与える手法[11]も存在している。

塗膜のような薄板状物体の変形をFEMで扱う場合,各頂点の位置とたわみ角を解として求める必要があり、計算がさらに複雑になる。そこで本手法では、PBDに基づく位置ベースの変形によって塗膜の湾曲を表現する。また、制約条件を静力学シミュレーションに基づいて設定することで、自然な変形を可能にする。

# 3 手法の概要

現実世界の塗膜の劣化に基づく本手法の基本的な処理の 流れを示す。また、処理を行うために導入すべき具体的な モデルについて述べる。

# 3.1 現実の塗膜

現実世界において、塗膜が劣化していく主な原因は、乾燥による内部応力や物理特性の変化である。塗料を塗布した円盤形の金属基板が湾曲しているとき、塗料内の応力の大きさ $\sigma_F$ と曲率半 $\epsilon_R$ の関係は、Stoneyの式 $\epsilon_R$ 12]に基づいて、以下のように表される:

$$\sigma_{\rm F} = \frac{E_{\rm S} d_{\rm S}^2}{6(1 - \nu_{\rm S}) d_{\rm F}} R^{-1},\tag{1}$$

ここで、 $E_{\rm S}$ は基板のヤング率、 $d_{\rm S}$ は基板の厚さ、 $\nu_{\rm S}$ は基板のポアソン比、 $d_{\rm F}$ は塗料の厚さを表す、基板の半径をr、基板の中央を固定したときの、端の変位を $\delta$ とすると、曲率半径Rは次式で近似される:

$$R = \frac{r^2}{2\delta}.$$

これを式(1)に代入して $\delta$ に関して整理すると、

$$\delta = \frac{3(1 - \nu_{\rm S})d_{\rm F}}{E_{\rm S}d_{\rm S}^2}\sigma_{\rm F}r^2$$

となる. さらに、塗膜内の応力 $\sigma_F$ に塗膜の体積 $\pi r^2 d_F$ を乗じて、この塗膜の張力を $T=\pi r^2 d_F \sigma_F$ とすると

$$\delta = \frac{3(1 - \nu_{\rm S})}{\pi E_{\rm S} d_{\rm S}^2} T \tag{2}$$

のように変位と張力の関係が求まる.接平面方向の張力が 大きくなることで塗料が断裂し,亀裂が生じる.さらに湾 曲させる力により,塗膜が基板から剥がされることになる.

塗膜の剥離を含む経年劣化は、長時間かけて徐々に進行していくものであり、短時間の観測では基本的に静止しているように見える。換言すれば、平衡を保ちながら少しずつ状態が変化していく準静的過程とみなせる。また、経年劣化のシミュレーションにおいて、塗膜片の落下のような動力学的現象は相対的に極めて短い期間で完了するため、その過程は記述すべきではない。

#### 3.2 シミュレーションの流れ

本手法では塗膜を三角ポリゴンメッシュで表現し、図2に示すように分離、断裂、剥落の三段階で劣化を進行させ、次の段階に進むことを破壊とよぶ.ただし、破壊判定は局所的な領域ごとに計算され、空間的には各段階が共存しうるものとする.破壊判定は静力学的な力の釣合いに基づいて計算し、破壊発生時にパラメタ値の変更やポリゴンの位相操作を行う.具体的な計算方法や処理は第5節で述べる.

また,静力学シミュレーションと並行して位置ベースの 湾曲シミュレーションを実行する.湾曲シミュレーション は破壊の段階に依らず一貫した方法で進められるが,処理 の対象となる領域は段階が進む際に変更される.

さらに、変形以外の劣化として塗膜表面の汚れを、石飛らの手法[1]に従って表現する。ただし、剥離箇所から流出する流れ錆について、本手法では亀裂の幅が湾曲シミュレーションによって十分に広げられるため、断裂と同時に流れ錆を発生させる。その際に錆の流出源は、亀裂の輪郭において近傍の頂点よりも低い位置にある頂点に設定する。

#### 3.3 基本モデル

塗膜の剥離をポリゴンメッシュで表現するため、図3に示す基本モデルを導入する.このモデルでは、隣接するポリゴンが互いに畳むように力をかけるとともに、引き合うような張力もかける.初期状態では頂点が基板に付着しているが、付着力が徐々に弱まることで頂点が基板から分離する.また、張力は徐々に大きくなり、ポリゴンどうしをつなぐ結合力を上回るとポリゴンのペアが断裂する.基本デルを実装するため、頂点、面、半稜線の三種類の幾何要素でポリゴンメッシュを構築するハーフエッジ構造をもとに、各要素に力学パラメタを設定する.頂点には基板から受ける付着力、面には半稜線どうしの結合を断つための張力、そして半稜線にはポリゴンをつなぎとめる結合力と頂点を基板から剥がす揚力を、それぞれ設定する.また、すべての力学パラメタはスカラ値とする.以降では説明を簡単にするため、半稜線の組のことを稜線とよぶことにする.

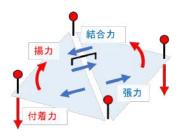


図3 基本モデルの概要.赤い矢印は分離判定で比較する カ,青い矢印は断裂判定で比較する力をそれぞれ表す

# 4 湾曲シミュレーション

塗膜を湾曲させるためのシミュレーション方法について 述べる. これによりめくれ上がっていく様子が表現できる だけでなく, 断裂箇所を挟む塗膜がそれぞれ湾曲すること によって亀裂の幅が広がっていく様子も表現される.

# 4.1 位置ベース変形

湾曲シミュレーションのベースとなるPBD[10]の概要を説明する。PBDはシーン内の複数の頂点に対して幾何的な制約条件を与え,条件が満たされるように頂点の位置を反復して修正する手法である。N 個の頂点に関する制約条件は,それぞれの位置ベクトルの関数 $C(p_1,p_2,...,p_N)$ で表され,制約条件が満たされているときに値が0となるように定義する。このとき,位置 $p_i(i=1,2,...,N)$ の修正量 $\Delta p_i$  は,各頂点の質量の逆数を $w_i$ として,以下のように計算される:

$$\Delta \mathbf{p}_{i} = -sw_{i} \nabla_{\mathbf{p}_{i}} C(\mathbf{p}_{1}, \mathbf{p}_{2}, ..., \mathbf{p}_{N})$$

$$s = \frac{C(\mathbf{p}_{1}, \mathbf{p}_{2}, ..., \mathbf{p}_{N})}{\sum_{j} w_{j} \|\nabla_{\mathbf{p}_{j}} C(\mathbf{p}_{1}, \mathbf{p}_{2}, ..., \mathbf{p}_{N})\|^{2}}.$$
(3)

PBDでは、慣性を考慮して次ステップにおける頂点の大まかな位置を予測してから、上記の式を利用して位置を修正する. しかし、塗膜の劣化はひじょうにゆっくりと進行する準静的過程とみなせるため、慣性を無視して現在の位置を直接修正する. 本論文では慣性を無視してPBDを適用するシミュレーションを、位置ベース変形とよぶことにする. ただし、第4.2小節、第4.3小節で説明する制約条件は位置ベース変形、PBDどちらにも適用できる.

# 4.2 長さ制約

端点の位置が  $p_1, p_2$  である線分の長さを目標値 dに保つための制約  $C_{\text{length}}(p_1, p_2)$ は以下のように定義される:

$$C_{\text{length}}(p_1, p_2) = ||p_1 - p_2|| - d.$$

これを式(3)に代入すると  $\Delta p_1, \Delta p_2$  は以下のようになる:

$$\Delta p_1 = -\frac{w_1}{w_1 + w_2} (\| p_1 - p_2 \| - d) \frac{p_1 - p_2}{\| p_1 - p_2 \|}$$
$$\Delta p_2 = +\frac{w_2}{w_1 + w_2} (\| p_1 - p_2 \| - d) \frac{p_1 - p_2}{\| p_1 - p_2 \|}.$$

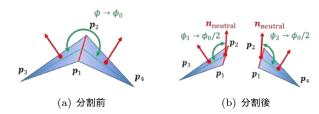


図4 角度制約の分割方法。各ポリゴン面の法線ベクトルの平均から中立軸方向 $m{n}_{
m neutral}$ を定め、この方向と各ポリゴン面がなす角 $m{\phi}_1,m{\phi}_2$ を制約の対象とする

#### 4.3 角度制約

標値 $\phi_0$  となるように制約を設定する. ポリゴン面が共有 している稜線の端点の位置を $p_1, p_2$ , それ以外の頂点の位 置を $p_3, p_4$ とする. ただし,  $(p_1 - p_2) \times (p_2 - p_3), -(p_1 - p_2)$  $(p_2) \times (p_2 - p_4)$  が各ポリゴン面の表方向を向いていると する. 各ポリゴン面における法線ベクトル $n_1, n_2$ を利用す れば、 $\phi = a\cos(-\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2)$ によって $\phi$ が求められる。そのた め、制約条件を $C(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4) = \phi - \phi_0$ として式(3)に代 入することで、位置の修正量を計算することができる. 具 体的な計算方法はMüllerらの論文[10]を参照してほしい. し かし、 $\phi$  の値域は $[0,\pi]$ であり、山折りと谷折りの区別がで きない. そのため,  $\phi_0 < \pi$ として制約を定義すると, 意 図した方向と逆に曲がる現象が発生する. そこで、図4に 示すように, $oldsymbol{n}_{ ext{neutral}} = (oldsymbol{n}_1 + oldsymbol{n}_2)/\|oldsymbol{n}_1 + oldsymbol{n}_2\|$ を中立軸方 向として、 $n_{\text{neutral}}$ と各ポリゴン面のなす角 $\phi_1, \phi_2$ がそれぞ  $h\phi_0/2$ となるように制約条件を二つ設定する. これにより,  $0 < \phi_0 < \pi$  で谷折り、 $\pi < \phi_0 < 2\pi$  で山折りとなり、曲げ る方向を指定できるようになる.

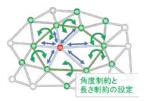
# 5 静力学シミュレーションと 湾曲シミュレーションの連携

図2に示すような破壊が発生した際に、位置ベース変形の制約を図5に示すように変更することで、劣化した塗膜に湾曲シミュレーションを導入する。また、長さ制約と角度制約のみに基づいて位置を修正すると、塗膜が基板に侵入することがある。一般的なPBDでは、衝突判定を導入したうえで衝突解決のための制約を設定することで、めり込みを防止する。しかし、剥離現象においては頂点の可動範囲が初期位置の近傍に限られるため、初期位置におけるモデルの接平面に関して内側(法線方向と逆方向)への頂点の位置修正を無効にするだけで十分に対応できる。

#### 5.1 分離

ある頂点の付着力が周囲の半稜線から受ける揚力の総和 を上回った場合に、その頂点が分離したと判定する.

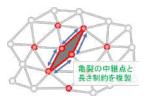
付着力の分布はPerlinノイズ[13]に従うように設定する. これは、塗りのむらなどによってばらつきがありながらも 連続的に分布する、現実世界の付着力分布を再現するため である.また、付着力は徐々に減少していく.





(a) 分離時の処理

(b) 断裂時の処理





(c) 断裂に伴って頂点が分割 される場合の処理

(d) 剥落時の処理

図5 破壊発生時の制約条件の操作.分離した頂点,断裂した稜線を赤色で示している.また,青い矢印と緑の矢印はそれぞれ長さ制約と角度制約を意味する

一方で、半稜線が向かい側の頂点に加える揚力Fは、式(2)に基づいて計算される。フックの法則に従ってFが $\delta$ に比例し、T以外の変数が定数であると仮定すると、Fは次式で求まる:

$$F = kT$$
.

ただし、kは分離しやすさを表す比例定数である。 第3.1小節で説明した一連の計算は平板を初期状態としているが、実際の塗膜を見ると凸部分の劣化が進行している場合が多い。この現象を再現するため、ポリゴン面のなす角 $\phi$  (0 <  $\phi$  <  $2\pi$ )を入力とする以下のシグモイド関数の値を乗じる:

$$F = \frac{kT}{1 + e^{-a(\phi - \pi)}},$$

ただし、aは定数であり、経験的にa=2とした。

頂点が分離した場合には、分離した頂点に揚力を加えていた稜線(揚力を加えていた半稜線とそのペア)に、自身を軸とする角度制約を設定する.目標とする角度は稜線を挟む二枚のポリゴン面のなす角を初期値として徐々に小さくする.また、分離した頂点に接続している稜線に現在の長さを維持させるような長さ制約を設定する.これにより、分離した頂点は基板から浮き上がるように移動する.

# 5.2 断裂

ある稜線において,その両端が分離しており,なおかつ,それらを挟む二枚のポリゴン面の張力が結合力を上回った場合に,稜線は断裂したとみなす.ただし例外として,端点のどちらかまたは両方が既存の亀裂の端点であり,亀裂の端点から稜線のもう一方の端点に向かう方向ベクトルと,後述する亀裂の進行方向ベクトルの内積が一定値 $\alpha$  (0 <  $\alpha$  < 1)以上であれば,結合力に低下率 $\beta$  (0 <  $\beta$  < 1)を乗じた値と張力を比較して断裂を判定する.ここでは経験的に $\alpha$  = 0.45, $\beta$  = 0.20とした.



(a) 石飛らの手法[1]



(b) 本手法(位置ベース変形なし)



(c) 本手法(位置ベース変形あり)

図6 石飛らの手法[1] (a) と本手法の実行結果の比較、ただし、本手法の実行結果は位置ベース変形を行わない場合 (b) と行う場合 (c) の二通りに分けて示している。本手法においても、パラメタの調整によって(a)のように亀裂の少ない劣化も再現できるが、本論文では亀裂・湾曲表現に焦点を当て、(b)、(c)のようにその効果が目立つ例を示している

張力は初期状態ではすべての稜線で等しく設定するが、結合力は一部の稜線で極端に小さく設定する.経験的に結合力の弱い稜線の存在率は全体の1%、結合力の大きさを0.1%とした.これは現実の材料に存在し、多くの場合に破壊の起点となる微小な欠損を再現するものである.また、断裂した際には稜線を挟むポリゴン面の張力を減少させる.一方で、あるポリゴン面について周囲の稜線が破断している場合、残りの稜線の結合力を継続的に低下させる.

断裂した稜線に設定されていた角度制約は削除する. さらに, 断裂した稜線の端点となる各頂点に対して以下のような処理を行う. 頂点に接続している稜線のなかで初めて断裂した場合, すなわちこの頂点が亀裂の端点である場合, もうひとつの端点からこの頂点への方向に沿ったベクトルを, 亀裂の進行方向として頂点に記録する. 一方で, 接続している稜線のなかで既に断裂しているものがある場合, すなわちこの頂点が亀裂の中継点または分岐点となる場合, この頂点を同じ位置に複製し, 断裂箇所を越えて頂点が参照されないよう, 位相情報や制約条件を更新する. また, 断裂した稜線を構成する半稜線が共有する長さ制約を複製し,各半稜線に個別の長さ制約を更新する.

## 5.3 剥落

あるポリゴン面について,周囲の三本の半稜線がすべて 断裂した場合に剥落したとみなす.断裂したポリゴン面と 周囲の半稜線を削除する.なお,すべて処理のなかで,剥 落は幾何要素を削除する唯一の処理である.

また、削除した半稜線に設定されていた長さ制約を削除する. 角度制約は断裂時に削除されているので、剥落したポリゴン面に関わる不要な制約はすべて削除される.

## 6 結果

シミュレーションは Intel Core i9-10980 CPU, Intel UHD Graphics, そして 32.0 GB RAM を搭載したマシンを使用して, Unity 2014.4.14f1 上で実行した.

石飛らの手法[1]と、静力学シミュレーションのみを適用した本手法、そして湾曲シミュレーションも含めた本手法でそれぞれウェザリングを実行した結果を図6に示す。石飛らの手法においては亀裂が剥落箇所の近傍にしか現れていないのに対し、本手法における静力学シミュレーションでは剥落箇所から離れた位置へ伸びた亀裂を生成できている。さらに、湾曲シミュレーションにより、塗膜が反返っていく様子が表現できていることに加え、亀裂の幅が広げられるために剥落箇所と亀裂が自然に接続されている。

表1 平板、曲板、Stanford Bunnyに対するウェザリングの実行時間とその内訳. 内訳の項目は上から順に、静力学シミュレーションと制約条件の設定、湾曲シミュレーション、描画用メッシュの生成、錆・塵の量と頂点カラーの計算、その他の処理を表す

	平板	曲板	Stanford Bunny
 ステップ数	1,000	1,000	1,000
ポリゴン数	3,005	3,012	10,000
実行時間(秒)	15.4	16.7	65.8
実行時間の内訳 (%)			
破壊判定・制約設定	46.7	44.4	45.4
変形処理	33.7	36.8	36.7
メッシュ生成	13.3	12.4	11.7
汚れの表現	4.7	4.8	4.6
その他	1.6	1.6	1.6

外部の3Dモデルに本手法を適用した結果を図1に示す. 閉曲面かつ複雑な形状の3Dモデルにおいても, 単純な曲面で実行した場合と同様のシミュレーションが実行可能である.

平板,曲板,Stanford Bunnyの三種類のモデルに対して本手法を適用した結果を図7,その実行時間と内訳を表1にそれぞれ示す.実行時間はポリゴン数に従って増加するが, $10^4$ ポリゴンであればおよそ10 fpsほどで実行できる.また,いずれの場合でも各処理にかかる割合はほぼ等しく,静力学シミュレーションが約45 %,湾曲シミュレーションが約35 %を占めている.

本手法では、破壊が起こりそうな箇所を可視化し、シミュレーション中に劣化の進行を対話的に制御することができる. 対話的操作の方法は添付のビデオを参照してほしい.

# 7 まとめと今後の課題

本研究では、力の釣合いを計算する静力学シミュレーションと位置ベース変形を用いた湾曲シミュレーションを組み合わせることにより、変形を伴う塗膜の経年劣化を表現した。静力学シミュレーションでは、塗膜内部の力の釣合いに関する簡単な計算によって破壊が起こるかを判定し、ポリゴンメッシュの位相を操作することによって、自然な形状の亀裂を生成できることを確認した。さらに、亀裂が発生した箇所から塗膜を湾曲させることで、現実の塗膜に近い剥離を再現した。

今後の課題としては、より多くの劣化の要因を考慮する必要がある。特に水分は塗膜の物性、表面の汚れ方、さらには基板の劣化にも大きく影響を与える要素であり、優先的に導入すべきである。また、適用するシーンに応じて、配置するオブジェクトに適切な度合いのウェザリングを施すシステムを実現したいと考えている。



図7 実行時間の測定のために三種類のモデルに対してウェザリングを施した結果.実行時間を表1に示す

# 参考文献

- [1] A. Ishitobi, M. Nakayama, and I. Fujishiro, "Visual simulation of weathering coated metallic objects," *The Visual Computer*, vol. 36, no. 10, pp. 2383–2393, August 2020.
- [2] S. Mérillou and D. Ghazanfarpour, "A survey of aging and weathering phenomena in computer graphics," *Computers & Graphics*, vol. 32, no. 2, pp. 159–174, January 2008.
- [3] J. Dorsey and P. Hanrahany, "Modeling and rendering of metallic patinas," in *Proceedings of the 23rd Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques*, pp. 387—396, August 1996.
- [4] S. Merillou, J.-M. Dischler, and D. Ghazanfarpour, "Corrosion: Simulating and rendering," in *Proceedings of the Graphics Interface 2001 Conference*, pp. 167–174, June 2001.
- [5] Y.-X. Chang and Z.-C. Shih, "The synthesis of rust in seawater," *The Visual Computer*, vol. 19, no. 1, pp. 50– 66, March 2003.
- [6] E. Paquette, P. Poulin, and G. Drettakis, "The simulation of paint cracking and peeling," in *Graphics Interface 2002 Conference Proceedings*, pp. 59–68, May 2002.
- [7] S. Gobron and N. Chiba, "Simulation of peeling using 3d-surface cellular automata," in *Proceedings of Ninth Pacific Conference on Computer Graphics and Applications*. *Pacific Graphics 2001*, pp. 338–347, October 2001.
- [8] M. J. Turner, R. W. Clough, H. C. Martin, and L. J. Topp, "Stiffness and deflection analysis of complex structures," *Journal of the Aeronautical Sciences*, vol. 23, no. 9, pp. 805–823, September 1956.
- [9] J. F. O'Brien and J. K. Hodgins, "Graphical modeling and animation of brittle fracture," in *Proceedings of ACM* SIGGRAPH 1999, pp. 137–146, August 1999.
- [10] M. Müller, B. Heidelberger, M. Hennix, and J. Ratcliff, "Position based dynamics," *Journal of Visual Communication and Image Representation*, vol. 18, no. 2, pp. 109–118, April 2007.
- [11] J. Bender, D. Koschier, P. Charrier, and D. Weber, "Position-based simulation of continuous materials," Computers & Graphics, vol. 44, pp. 1–10, July 2014.
- [12] G. G. Stoney, "The tension of metallic films deposited by electrolysis," in *Proceedings of The Royal Society A:* Mathematical, Physical and Engineering Sciences, vol. 82, pp. 172–175, May 1909.
- [13] K. Perlin, "Improving noise," ACM Transactions on Graphics (TOG), vol. 21, no. 3, pp. 681–682, July 2002.